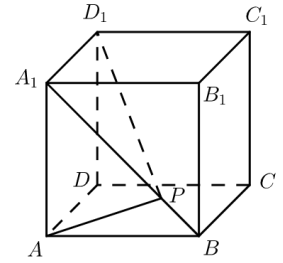


2018~2019学年天津河西区天津市第四十二中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 已知 $\vec{AB} = (1, -1)$, $C(0, 1)$, 若 $\vec{CD} = 2\vec{AB}$, 则 D 的坐标为 ().
- A. $(-2, 3)$ B. $(2, -3)$ C. $(-2, 1)$ D. $(2, -1)$
2. 已知 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$, $A = 60^\circ$, 则 $B = ()$.
- A. 45° B. 60° C. 120° D. 135°
3. 下列说法错误的是 ().
- A. 棱柱的侧面都是平行四边形
- B. 所有面都是三角形的多面体一定是三棱锥
- C. 用一个平面去截正方体, 截面图形可能是五边形
- D. 将直角三角形绕其直角边所在直线旋转一周所得的几何体是圆锥
4. 下列四式中不能化简为 $\vec{AD}$ 的是 ().
- A. $(\vec{AB} + \vec{CD}) + \vec{BC}$ B. $(\vec{AD} + \vec{MB}) + (\vec{BC} + \vec{CM})$
- C. $(\vec{MB} + \vec{AD}) - \vec{BM}$ D. $(\vec{OC} - \vec{OA}) + \vec{CD}$
5. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 给出下面四个命题:
- ①若 $\alpha \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$;
- ②若 $\alpha \perp \beta$, $m \subset \alpha$, $n \subset \beta$, 则 $m \perp n$;
- ③若 $m \parallel \alpha$, $n \subset \alpha$, 则 $m \parallel n$;
- ④若 $\alpha \parallel \beta$, $\gamma \cap \alpha = m$, $\gamma \cap \beta = n$, 则 $m \parallel n$.
- 其中正确命题的序号是 ().
- A. ①④ B. ①② C. ④ D. ②③④
6. 已知向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 且 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $\vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$, 则 $|\vec{b}| = ()$.
- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 1 D. 2
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos^2 \frac{B}{2} = \frac{a+c}{2c}$, 则 $\triangle ABC$ 是 ().
- A. 直角三角形 B. 等边三角形
- C. 等腰三角形 D. 等腰三角形或直角三角形

8. 如图所示，在棱长为1的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是 A_1B 上一动点，则 $AP + D_1P$ 的最小值为（ ）.



A. 2

B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

C. $2 + \sqrt{2}$

D. $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

二、填空题

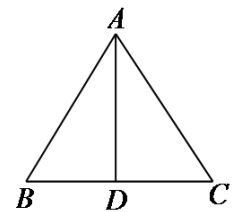
9. 在 $\triangle ABC$ 中， $B = 120^\circ$ ， $BC = 1$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 $AC =$ _____.

10. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， M 、 N 分别是 AB 、 BB_1 的中点，则异面直线 MN 与 BC_1 所成角的大小是_____.

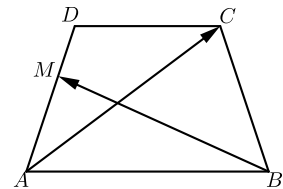
11. 已知向量 $\vec{p} = (1, 2)$ ， $\vec{q} = (x, 3)$ ，若 $\vec{p} \perp \vec{q}$ ，则 $|\vec{p} + \vec{q}| =$ _____.

12. 已知正四棱柱的底面边长为2，侧面积为24，则此正四棱柱的外接球表面积为_____.

13. 如图：在边长为 a 的等边三角形 ABC 中， $AD \perp BC$ 与 D ，沿 AD 折成二面角 $B - AD - C$ 后， $BC = \frac{1}{2}a$ ，这时二面角 $B - AD - C$ 的大小为_____.

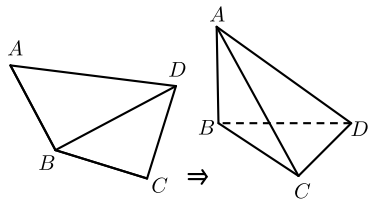


14. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ， $CD = 2$ ， M 是线段 AD 上一点，（可与 A ， D 重合），若 $\vec{AC} \cdot \vec{BM} = -3$ ，则 $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ 的取值范围是_____.



三、解答题

15. 如图，平面四边形 $ABCD$ ， $AB \perp BD$ ， $AB = BC = CD = 2$ ， $BD = 2\sqrt{2}$ ，沿 BD 折起，使 $AC = 2\sqrt{2}$.



- (1) 证明： $\triangle ACD$ 为直角三角形.
- (2) 设 B 在平面 ACD 内射影为 P ，求四面体 $PBCD$ 的体积.

16. 已知点 $O(0,0)$ ， $A(1,2)$ ， $B(4,5)$ 及 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$.

- (1) 当 t 为何值时， P 在第三象限内.
- (2) 四边形 $OABP$ 能否成为平行四边形，若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由.

17. 已知 A 、 B 、 C 为三角形 ABC 的三个内角，其对应边分别为 a ， b ， c ，若 $2a \cos C = 2b + c$ 成立.

- (1) 求 A 的大小.
- (2) 若 $a = 2\sqrt{3}$ ， $b + c = 4$ ，求三角形 ABC 的面积.

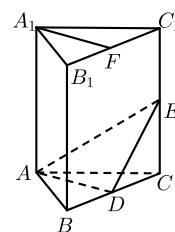
18. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量 $\vec{m} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\vec{n} = (\sin x, \cos x)$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

(1) 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 求 $\tan x$ 的值.

(2) 若 $\vec{m}$ 与 $\vec{n}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 x 的值.

19. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D 、 E 分别是棱 BC 、 CC_1 上的点 (点 D 不同于点 C), 且 $AD \perp DE$, F 为棱 B_1C_1 上的点, 且 $A_1F \perp B_1C_1$.

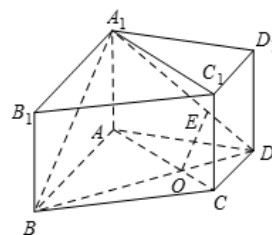
求证:



(1) 平面 $ADE \perp$ 平面 BCC_1B_1 .

(2) $A_1F \parallel$ 平面 ADE .

20. 如图所示, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB = 4$, $AD = 2\sqrt{2}$, $CD = 2$, $AA_1 = 2$, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$, AC 与 BD 相交于点 O , E 是 A_1D 上一点, 且 $A_1E = 2ED$.



(1) 求证: $EO \parallel$ 平面 A_1ABB_1 .

(2) 求直线 A_1B 与平面 A_1ACC_1 所成角的正弦值.